Dans tout le problème, les distances seront exprimées en m et les vitesses en m/h. On désigne par v_1 la vitesse du lapin et v_2 celle du camion.

1. Dans le triangle ABD rectangle en B, on a :
   $AD\cos\theta = AB = 4$ d'où $AD = \dfrac{4}{\cos\theta}$ car $0 \leq \theta < \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta > 0$
   De même $\tan\theta = \dfrac{BD}{AB} = \dfrac{BD}{4}$ d'où $BD = 4\tan\theta$.
   Par conséquent
   $$t_1 = \frac{AD}{v_1} = \frac{\frac{4}{\cos\theta}}{30000} = \frac{4}{30000\cos\theta}$$
   et comme $B \in [CD]$, $CD = CB + BD$ d'où $t_2 = \dfrac{CD}{v_2} = \dfrac{CB+BD}{60000} = \dfrac{7+4\tan\theta}{60000}$

2. Le lapin traverse avant le passage du camion ssi
   $$\begin{aligned} t_1 < t_2 &\iff \frac{4}{30000\cos\theta} < \frac{7+4\tan\theta}{60000} \\ &\iff \frac{8}{\cos\theta} < 7 + 4\tan\theta \\ &\iff \frac{4}{\cos\theta} < \frac{7}{2} + 2\tan\theta \\ &\iff \frac{7}{2} + 2\tan\theta - \frac{4}{\cos\theta} > 0 \\ &\iff f(\theta) > 0 \end{aligned}$$

3. Étudions les variations de la fonction f : f est dérivable sur $[0\,;\pi/2[$ et
   $\forall\,\theta \in [0\,;\pi/2[,\ f'(\theta) = \dfrac{2}{\cos^2\theta} - 4\times\dfrac{(-\cos'(\theta))}{\cos^2\theta} = \dfrac{2}{\cos^2\theta} - \dfrac{4\sin\theta}{\cos^2\theta}$
   $f'(\theta)$ est du signe de $2 - 4\sin\theta$.

   • Résolvons dans $[0\,;\pi/2[$ l'équation $f'(\theta) = 0$.
   $f'(\theta) = 0 \iff 2 - 4\sin\theta = 0 \iff \sin\theta = \dfrac{1}{2} \iff \theta = \dfrac{\pi}{6}$

   • Résolvons dans $[0\,;\pi/2[$ l'inéquation $f'(\theta) > 0$.
   $f'(\theta) > 0 \iff 2 - 4\sin\theta > 0 \iff \sin\theta < \dfrac{1}{2} \iff 0 \leq \theta < \dfrac{\pi}{6}$

   La fonction f est donc strictement croissante sur $\left[0\ ;\ \dfrac{\pi}{6}\right]$ et strictement décroissante sur $\left[\dfrac{\pi}{6}\ ;\ \dfrac{\pi}{2}\right[$. Avec $f(0) = \dfrac{7}{2} - 4 = -\dfrac{1}{2}$

et $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \dfrac{7}{2} + \dfrac{2}{\sqrt{3}} - 4\times\dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{7}{2} - \dfrac{6}{\sqrt{3}} = \dfrac{7}{2} - 2\sqrt{3} \approx 0,0359$

θ	0		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{\pi}{2}$
$f'(\theta)$		$+$	0	$-$	||
f	$-1/2$	$\nearrow$	$7/2-2\sqrt{3}$	$\searrow$	$-\infty$ ||

Application du théorème de la bijection.
• La fonction f est continue et strictement croissante sur $\left[0\ ;\ \dfrac{\pi}{6}\right]$. Le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires permet alors de dire que f est bijective de $\left[0\ ;\ \dfrac{\pi}{6}\right]$ sur l'intervalle image $f\left(\left[0\ ;\ \dfrac{\pi}{6}\right]\right) = \left[f(0)\ ;\ f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)\right] = \left[-\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{7}{2} - 2\sqrt{3}\right]$
Autrement dit, tout réel de $\left[-\dfrac{1}{2}\,;\,\dfrac{7}{2} - 2\sqrt{3}\right]$ admet un unique antécédent par la fonction f dans l'intervalle $\left[0\ ;\ \dfrac{\pi}{6}\right]$.
En particulier l'équation $f(\theta) = 0$ admet une unique solution dans l'intervalle $\left[0\ ;\ \dfrac{\pi}{6}\right]$, on notera α cette première solution. $\alpha \approx 0,395$ à 10^{-3} près par excès.
• On écrit $f(\theta)$ sous la forme $f(\theta) = \dfrac{7}{2} + \dfrac{2\sin\theta - 4}{\cos\theta}$. Alors $\lim\limits_{\theta \overset{<}{\to} \frac{\pi}{2}} f(\theta) = -\infty$. On montre comme précédemment que l'équation $f(\theta) = 0$ admet une seule solution β dans l'intervalle $\left[\dfrac{\pi}{6}\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$. $\beta \approx 0,644$ à 10^{-3} près par excès.
Ainsi $f(\theta) > 0 \iff \alpha < \theta < \beta$.

Le lapin aura la vie sauve ssi l'angle θ mesure entre 22,6 et 36,9 degrés environ.